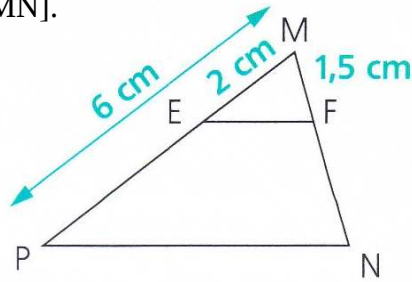


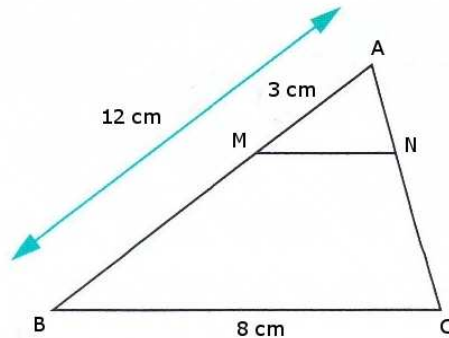
Exercice 1 :

Dans chaque cas, calculer la longueur MN.

- a) E est un point de [MP] et F un point de [MN].
(EF) et (PN) sont parallèles.



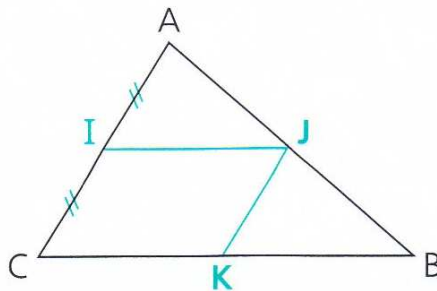
- b) M est un point de [AB] et N un point de [AC]
(MN) et (BC) sont parallèles.



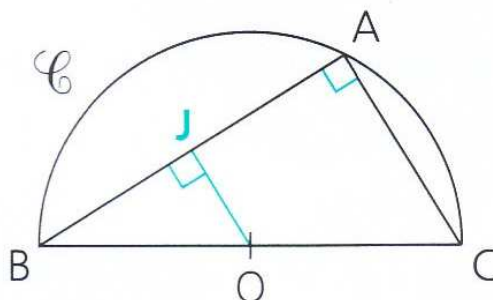
Exercice 2 :

Dans chaque cas, montrer que le point J est le milieu de [AB]

- a) IJKC est un parallélogramme. I est le milieu de [AC]
(AJ) et (CK) se coupent en B.

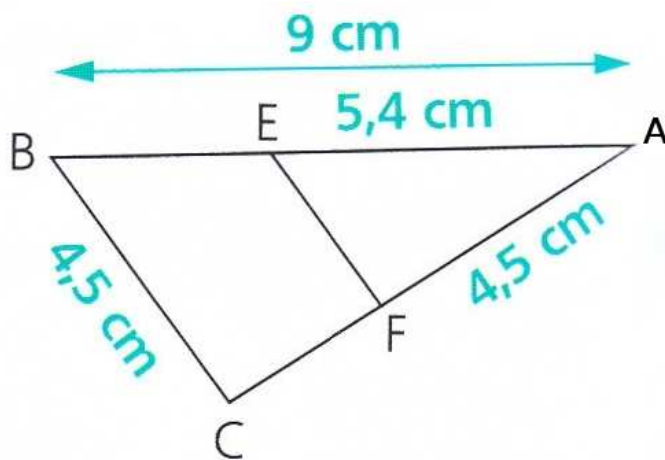


- b) A est un point du cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [BC] et de centre O. J est le pied de la perpendiculaire à (AB) passant par O.



Exercice 3 :

E est un point de $[AB]$ et F un point de $[AC]$. Les droites (EF) et (BC) sont parallèles.
Calculer EF puis AC.



Exercice 4 :

Soit STU un triangle et I le milieu de $[TU]$.

a) La parallèle à (SI) passant par T coupe (SU) en R et la parallèle à (SI) passant par U coupe (ST) en V.
Démontrer que S est le milieu de $[RU]$ et de $[TV]$

b) En déduire la nature du quadrilatère RVUT.

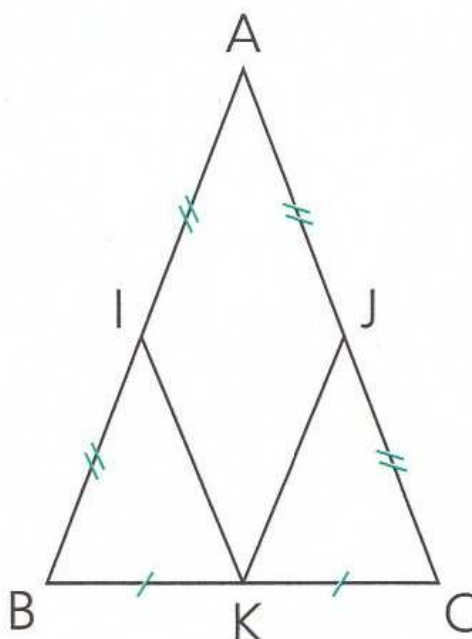
Exercice 5 :

ABC est un triangle isocèle en A et $AB = 8\text{ cm}$.

I, J et K sont les milieux de ses côtés.

a) Calculer les longueurs IK et KJ.

b) Quelle est la nature du quadrilatère AIKJ ?



Exercice 6 :

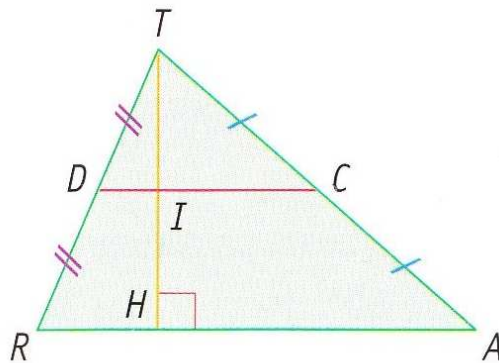
EFGH est un parallélogramme. K est le symétrique de E par rapport à H.

La droite (KG) coupe la droite (EF) en L. Démontrer que G est le milieu de [KL]

Exercice 7 :

Dans le triangle TAR :

- Les points D et C sont les milieux respectifs des côtés [TR] et [AT]
- La droite (TH) est la hauteur relative au côté [AR]



Démontrer que l'aire du triangle TAR est égale à quatre fois l'aire du triangle TDC.

Piste : On pourra suivre le raisonnement suivant :

1) Montrer que $(CD) \parallel (RA)$

2) Montrer que (TI) est une hauteur du triangle TDC puis en déduire que $A_{TDC} = \frac{DC \times TI}{2}$

3) Montrer que $DC = \frac{RA}{2}$

4) Montrer que I est le milieu du segment [TH]

5) Conclure.

Corrigé 1 :

a) Dans le triangle MNP, on a :

- $E \in [MP]$

- $F \in [MN]$

- $(EF) \parallel (PN)$

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{ME}{MP} = \frac{MF}{MN} = \frac{EF}{PN}$$

Calcul de MN :

On a $\frac{2}{6} = \frac{1.5}{MN}$ donc $2 \times MN = 6 \times 1.5$

$$MN = \frac{6 \times 1.5}{2}$$

$$MN = \frac{9}{2}$$

$$MN = 4.5cm$$

b) Dans le triangle ABC, on a :

- $M \in [AB]$

- $N \in [AC]$

- $(MN) \parallel (BC)$

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Calcul de MN :

On a $\frac{3}{12} = \frac{MN}{8}$ donc $12 \times MN = 3 \times 8$

$$MN = \frac{3 \times 8}{12}$$

$$MN = \frac{24}{12}$$

$$MN = 2cm$$

Corrigé 2 :

a) IJKC est un parallélogramme

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc $(IJ) \parallel (CK)$

De plus, $B \in (CK)$

Donc $(IJ) \parallel (BC)$

Dans le triangle ABC, I est le milieu de $[AB]$ et $(IJ) \parallel (BC)$

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc (IJ) coupe $[AB]$ en son milieu

De plus, $J \in [AB]$

donc J est le milieu de $[AB]$.

b) D'après la figure, on a $(JO) \perp (AB)$ et $(AC) \perp (AB)$

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles

Donc $(JO) \parallel (AC)$.

$\mathcal{C}$ est le cercle de centre O et de diamètre $[BC]$ donc O est le milieu de $[BC]$

Dans le triangle ABC, J est le milieu de $[AB]$ et $(JO) \parallel (AC)$

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc (JO) coupe $[BC]$ en son milieu

De plus, $J \in [AB]$

donc J est le milieu de $[AB]$.

Corrigé 3 :

Dans le triangle ABC, on a :

- $E \in [AB]$

- $F \in [AC]$

- $(EF) \parallel (BC)$

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

Calcul de EF :

$$\text{On a } \frac{5.4}{9} = \frac{EF}{4.5} \text{ donc } 9 \times EF = 5.4 \times 4.5$$

$$EF = \frac{5.4 \times 4.5}{9}$$

$$EF = \frac{24.3}{9}$$

$$EF = 2.7cm$$

Calcul de AC :

$$\frac{5.4}{9} = \frac{4.5}{AC} \text{ donc } 5.4 \times AC = 9 \times 4.5$$

$$AC = \frac{9 \times 4.5}{5.4}$$

$$AC = \frac{40.5}{5.4}$$

$$AC = 7.5cm$$

Corrigé 4 :

a) La parallèle à (SI) passant par T coupe (SU) en R donc (RT)//(SI)

Dans le triangle RTU, I est le milieu de [TU] et (RT)//(SI)

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu

Donc (SI) coupe [RU] en son milieu.

De plus, $S \in [RU]$

Donc S est le milieu de [RU].

La parallèle à (SI) passant par U coupe (ST) en V donc (UV)//(SI)

Dans le triangle UVT, (UV)//(SI) et I est le milieu de [TU]

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu

Donc (SI) coupe [TV] en son milieu.

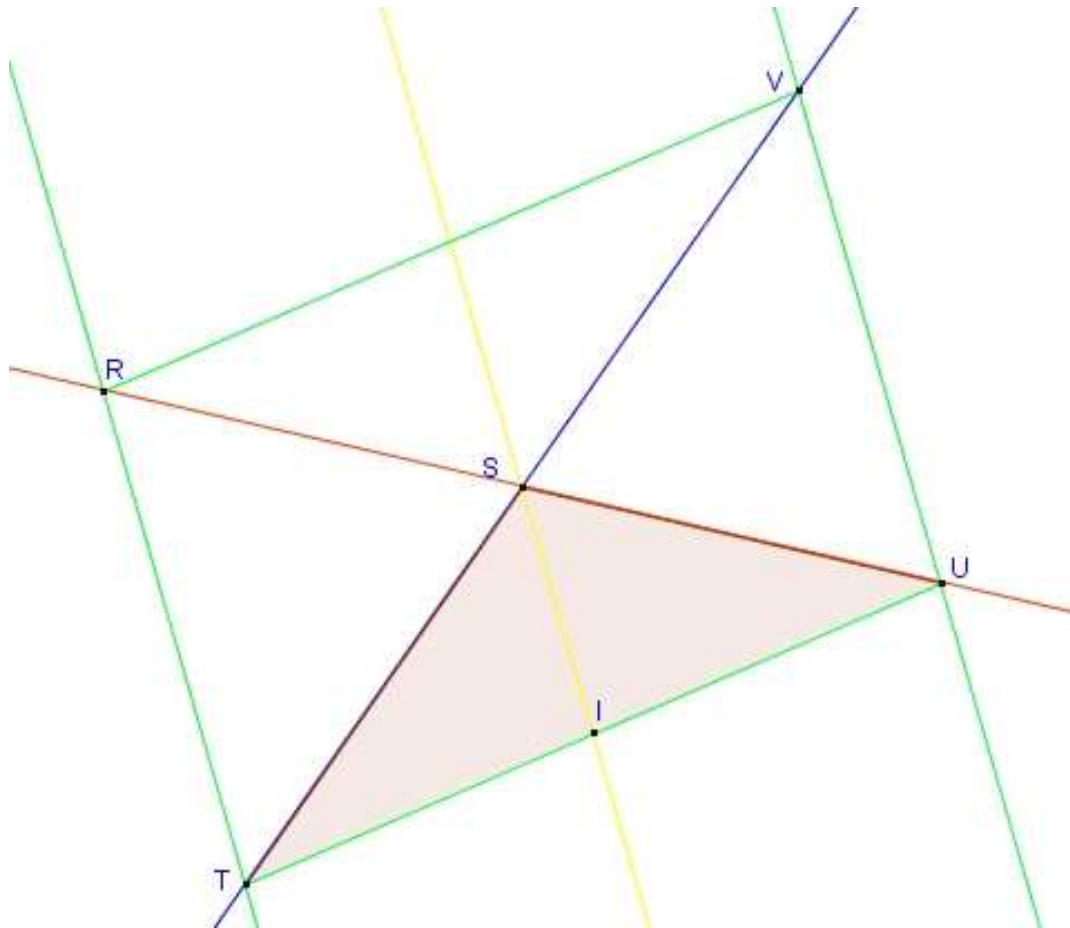
De plus, $S \in [TV]$

Donc S est le milieu de [TV].

b) Dans le quadrilatère RVUT, S est le milieu des diagonales [RU] et [VT]

Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme

Donc RVUT est un parallélogramme.



Corrigé 5 :

a) Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et K est le milieu de [BC]

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors il a pour longueur la moitié de celle du troisième.

$$\text{Donc } IK = \frac{AC}{2}$$

Or, ABC est un triangle isocèle en A donc $AB = AC = 8\text{cm}$

$$\text{Ainsi, } IK = \frac{8}{2}$$

$$IK = 4\text{cm}$$

Dans le triangle ABC, J est le milieu de [AC] et K est le milieu de [BC]

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors il a pour longueur la moitié de celle du troisième.

$$\text{Donc } JK = \frac{AB}{2}$$

Or $AB = 8\text{cm}$

$$\text{Donc } JK = \frac{8}{2}$$

$$JK = 4\text{cm}$$

b) I est le milieu de [AB] donc $AI = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4cm$

J est le milieu de [AC] donc $AJ = \frac{AC}{2} = \frac{8}{2} = 4cm$

Dans le quadrilatère AIKJ, on a $AI = IK = KJ = JA$

Or, si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange

Donc AIKJ est un losange.

Corrigé 6 :

EFGH est un parallélogramme

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles

Donc $(EF) \parallel (HG)$

On a $(EF) \parallel (HG)$ et $L \in (EF)$ donc $(EL) \parallel (HG)$

K est le symétrique de E par rapport à H donc H est le milieu de [KE].

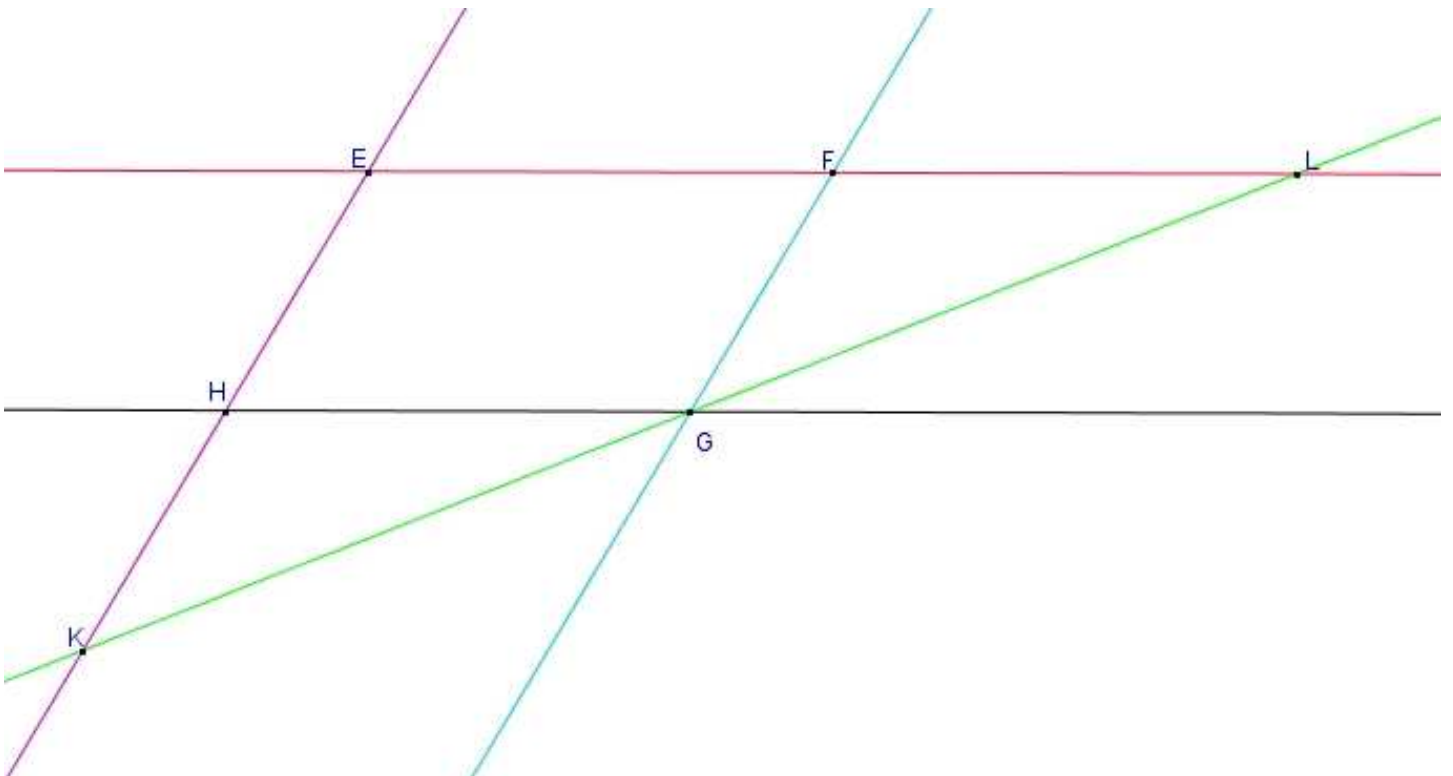
Dans le triangle EKL, H est le milieu de [KE] et $(EL) \parallel (HG)$.

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu

Donc (HG) coupe [KL] en son milieu.

De plus, $G \in [KL]$

Donc G est le milieu de [KL]



Corrigé 7 :

1) Dans le triangle TRA, D est le milieu de [TR] et C le milieu de [AT].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

Donc $(DC) \parallel (AR)$

2) D'après la figure, on a $(TH) \perp (AR)$

On a $(DC) \parallel (AR)$ et $(TH) \perp (AR)$

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre

Donc $(TH) \perp (DC)$

On a $(TH) \perp (DC)$ et $I \in [TH]$ donc $(TI) \perp (DC)$.

Dans le triangle TDC, $(TI) \perp (DC)$.

D'après la définition d'une hauteur, on en déduit que (TI) est la hauteur relative au côté [DC] dans le triangle TDC.

$$\text{Ainsi, } A_{TDC} = \frac{DC \times IT}{2}$$

3) Dans le triangle TAR, D est le milieu de [TR] et C le milieu de [AT].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors il a pour longueur la moitié de celle du troisième.

$$\text{Donc } DC = \frac{AR}{2}$$

4) On a $(DC) \parallel (RA)$, $I \in [DC]$ et $H \in [RA]$ donc $(DI) \parallel (RH)$

Dans le triangle TRH, D est le milieu de [TR] et $(DI) \parallel (RH)$

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu

Donc (DI) coupe $[TH]$ en son milieu.

De plus, $I \in [TH]$

Donc I est le milieu de $[TH]$

5) I est le milieu de [TH] donc $IT = \frac{TH}{2}$. Ainsi, $TH = 2IT$. On a aussi $DC = \frac{AR}{2}$ donc $AR = 2DC$

$$\text{Or } A_{TRA} = \frac{AR \times TH}{2}$$

$$A_{TRA} = \frac{2DC \times 2IT}{2}$$

$$A_{TRA} = \frac{4 \times DC \times IT}{2}$$

$$A_{TRA} = 4 \times \frac{DC \times IT}{2}$$

$$A_{TRA} = 4A_{TDC}$$

Ainsi, l'aire du triangle TAR est égale à quatre fois l'aire du triangle TDC.