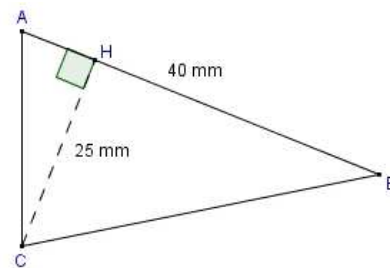
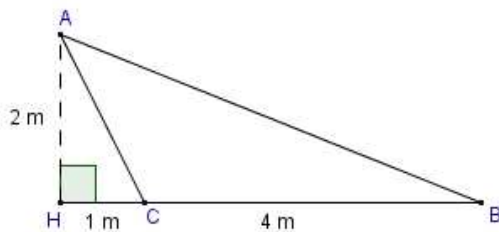
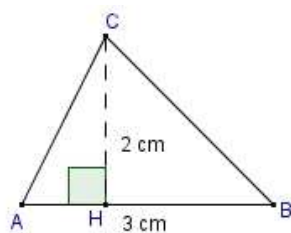


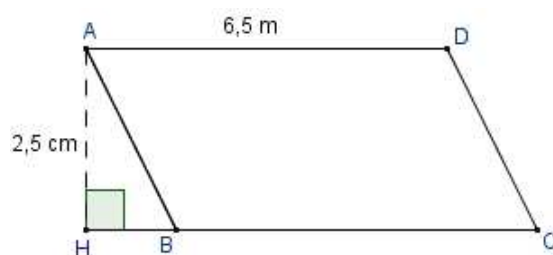
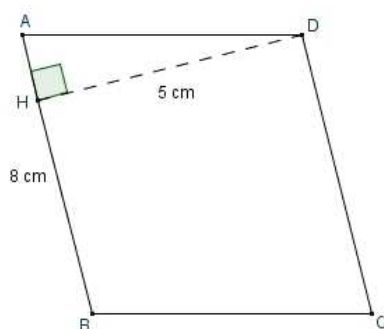
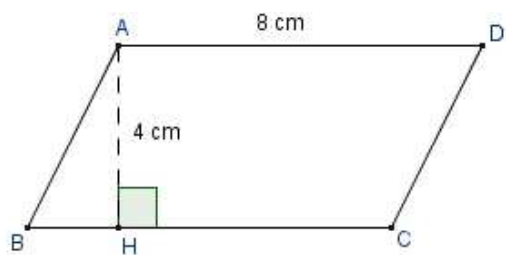
Exercice 1 :

Calculer dans chaque cas l'aire du triangle ABC.



Exercice 2 :

Calculer dans chaque cas l'aire du parallélogramme ABCD.



Exercice 3 :

- 1) Un triangle ABC a pour aire 16 cm^2 . On sait que $AB = 4 \text{ cm}$. Calculer la hauteur relative à $[AB]$.
- 2) Un parallélogramme a pour aire 20 cm^2 . L'un des côtés mesure 5 cm. Calculer la hauteur relative à ce côté.

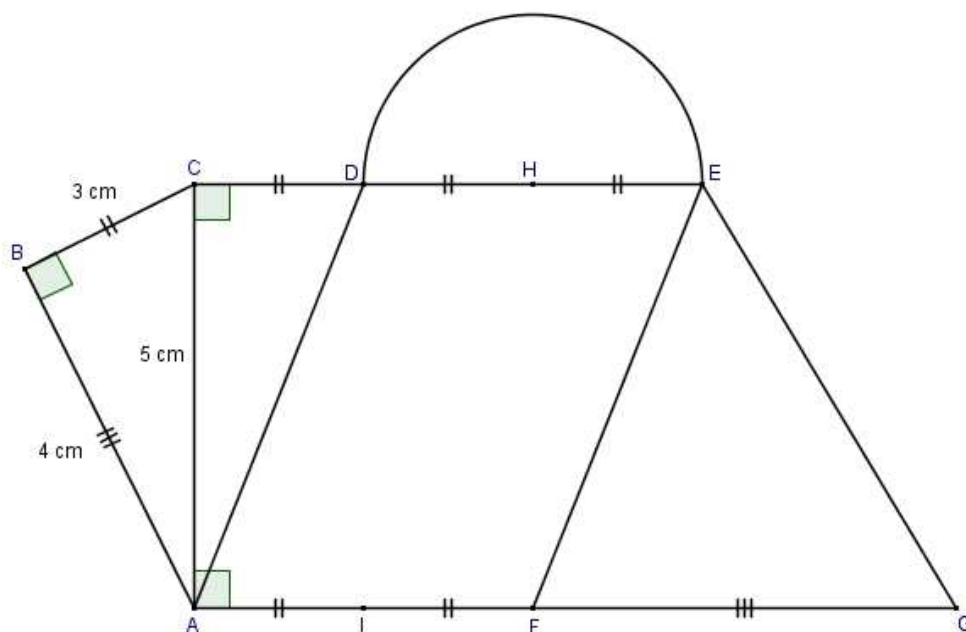
Exercice 4 :

On considère trois cercles de rayon respectif 1 cm, 2 cm et 3 cm.

- 1) Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée de chacun de ces disques. On arrondira les résultats au cm^2 .
- 2) Calculer la valeur exacte du périmètre de chacun de ces cercles.
- 3) Si on double le rayon d'un cercle, par combien son aire est-elle multipliée ?
- 4) Si on double le rayon d'un cercle, par combien son périmètre est-il multiplié ?

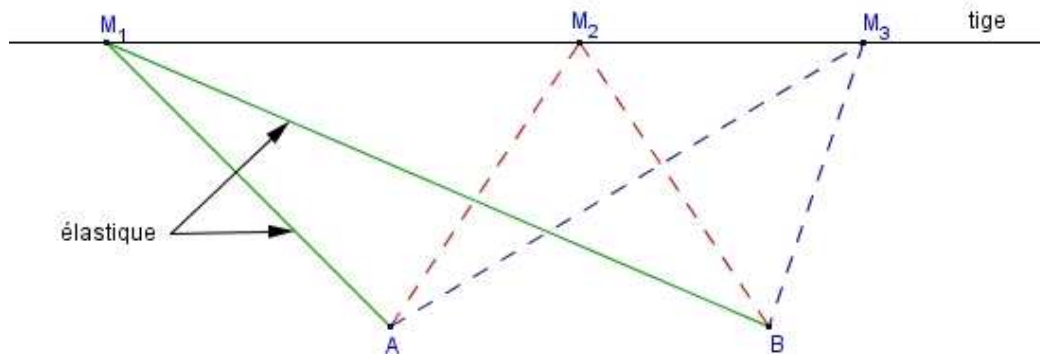
Exercice 5 :

Calculer l'aire de la figure ci-dessous sachant que ADEF est un parallélogramme.



Problème 1 :

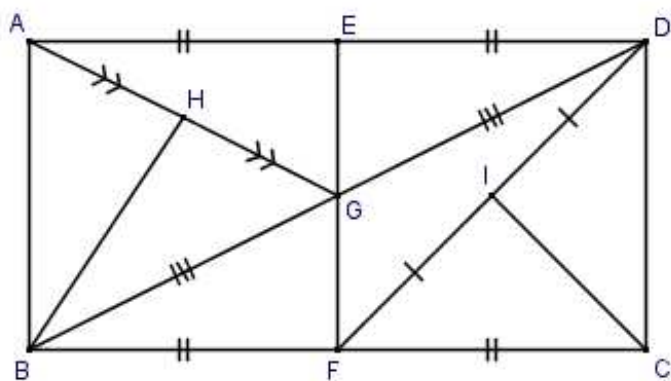
Principe : Les deux extrémités d'un élastique sont fixées en A et B. On fait glisser l'élastique le long d'une tige parallèle à (AB).



- 1) Comparer les aires des triangles ABM_1 , ABM_2 et ABM_3 .
- 2) Ces triangles ont-ils le même périmètre ?

Problème 2 :

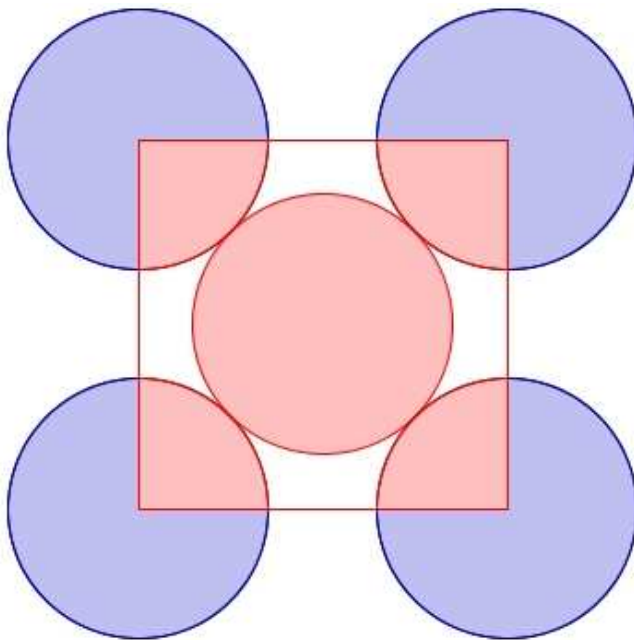
Marine doit partager un gâteau rectangulaire en huit parts. Voici son découpage :



Est-ce un partage équitable ?

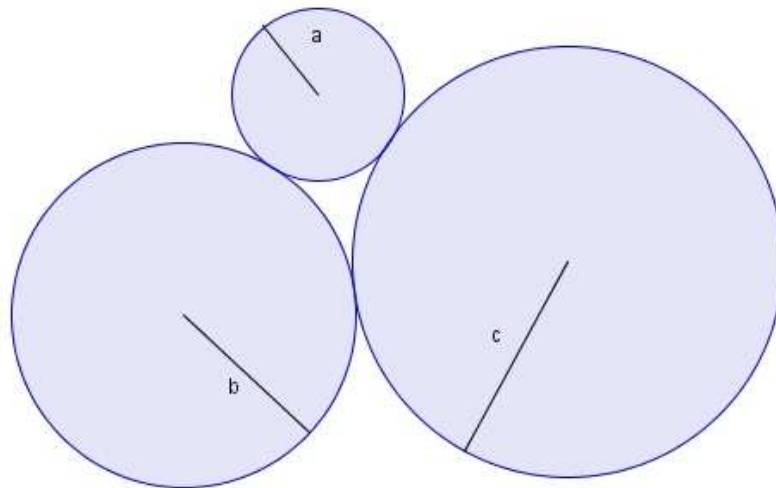
Problème 3 :

Sur la figure ci-après, cinq cercles de même rayon se touchent. On a tracé le carré dont les sommets sont les centres des quatre cercles extérieurs. Quel est le quotient $\frac{\text{aire rouge}}{\text{aire bleue}}$?

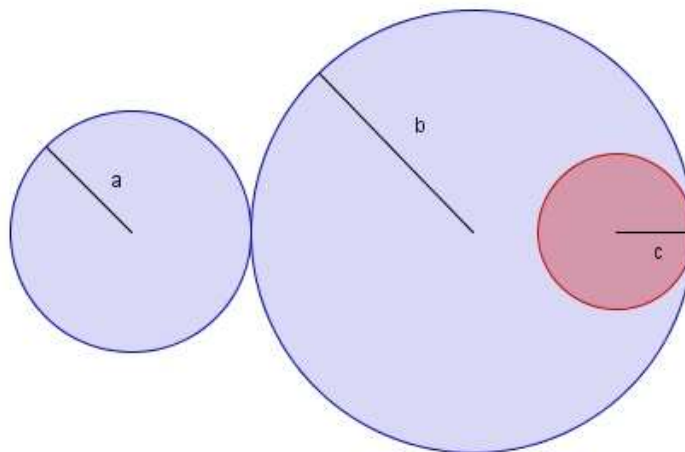


Problème 4 :

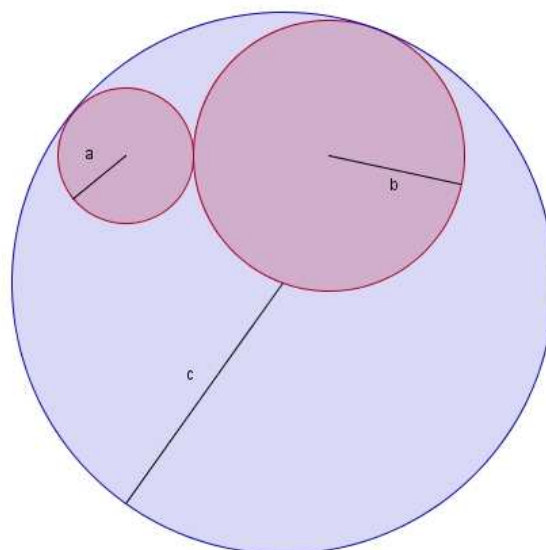
1) Calculer l'aire du domaine colorié en bleu sachant que $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.



2) Calculer l'aire du domaine colorié en bleu sachant que $a^2 + b^2 - c^2 = 10$



3) Calculer l'aire du domaine colorié en bleu sachant que $c^2 - a^2 - b^2 = 100$



Corrigé 1 :

$$\text{On a } \mathcal{A} = \frac{AB \times HC}{2}$$

$$\mathcal{A} = \frac{3 \times 2}{2}$$

$$\mathcal{A} = 3 \text{ cm}^2$$

L'aire du triangle ABC est donc de 3 cm^2 .

$$\text{On a } \mathcal{A} = \frac{BC \times HA}{2}$$

$$C \in [BH] \text{ donc } BH = BC + CH = 4 + 1 = 5 \text{ m.}$$

$$\text{Donc } \mathcal{A} = \frac{5 \times 2}{2}$$

$$\mathcal{A} = 5 \text{ m}^2$$

L'aire du triangle ABC est donc de 5 m^2 .

$$\text{On a } \mathcal{A} = \frac{AB \times HC}{2}$$

$$\mathcal{A} = \frac{40 \times 25}{2}$$

$$\mathcal{A} = 500 \text{ mm}^2$$

L'aire du triangle ABC est donc de 500 mm^2 .

Corrigé 2 :

$$\text{On a } \mathcal{A} = BC \times AH$$

$$\mathcal{A} = 8 \times 4$$

$$\mathcal{A} = 32 \text{ cm}^2$$

L'aire du parallélogramme ABCD est donc de 32 cm^2 .

$$\text{On a } \mathcal{A} = AB \times HD$$

$$\mathcal{A} = 8 \times 5$$

$$\mathcal{A} = 40 \text{ cm}^2$$

L'aire du parallélogramme ABCD est donc de 40 cm^2 .

R. Flouret

On a $\mathcal{A} = BC \times AH$

Or $2,5 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$

Donc $\mathcal{A} = 6,5 \times 0,25$

$$\mathcal{A} = 1,5 \text{ m}^2$$

L'aire du parallélogramme ABCD est donc de $1,5 \text{ m}^2$.

Corrigé 3 :

1) Soit h la hauteur relative au côté $[AB]$.

On a $\mathcal{A} = \frac{AB \times h}{2}$

$$16 = \frac{4 \times h}{2}$$

$$16 \times 2 = 4 \times h$$

$$32 = 4 \times h$$

$$h = \frac{32}{4}$$

$$h = 8 \text{ cm}$$

La hauteur relative à $[AB]$ est donc de 8 cm .

2) Soit b le côté qui mesure 5 cm et h la hauteur relative à ce côté.

On a $\mathcal{A} = b \times h$

$$20 = 5 \times h$$

$$h = \frac{20}{5}$$

$$h = 4 \text{ cm.}$$

La hauteur cherchée est donc de 4 cm .

Corrigé 4 :

1) $A_1 = \pi \times r^2$

$$A_1 = \pi \times 1^2$$

$$A_1 = \pi \text{ (valeur exacte)}$$

$$A_1 \approx 3 \text{ cm}^2 \text{ (valeur approchée)}$$

$$A_2 = \pi \times r^2$$

$$A_2 = \pi \times 2^2$$

$$A_2 = 4\pi \text{ (valeur exacte)}$$

$$A_2 \approx 13 \text{ cm}^2 \text{ (valeur approchée)}$$

$$A_3 = \pi \times r^2$$

$$A_3 = \pi \times 3^2$$

$$A_3 = 9\pi \text{ (valeur exacte)}$$

$$A_3 \approx 28 \text{ cm}^2 \text{ (valeur approchée)}$$

2) Rappel : $P = 2\pi r$

$$P_1 = 2\pi r$$

$$P_2 = 2\pi r$$

$$P_3 = 2\pi r$$

$$P_1 = 2\pi \times 1$$

$$P_2 = 2\pi \times 2$$

$$P_3 = 2\pi \times 3$$

$$P_1 = 2\pi m$$

$$P_2 = 4\pi m$$

$$P_3 = 6\pi m$$

3) Si on compare A_1 et A_2 , on peut conjecturer que l'aire d'un disque semble être multipliée par 4 lorsqu'on double le rayon (on passe de π à 4π). Montrons le.

L'aire d'un disque de rayon r est πr^2 .

L'aire d'un disque de rayon $2r$ est $\pi(2r)^2$.

$$\text{Or } \pi(2r)^2 = \pi \times 2^2 \times r^2$$

$$\pi(2r)^2 = \pi \times 4 \times r^2$$

$$\pi(2r)^2 = 4\pi r^2$$

On en déduit que l'aire d'un disque de rayon $2r$ est $4\pi r^2$, c'est-à-dire le quadruple d'un disque de rayon r .

4) Si on compare P_1 et P_2 , on peut conjecturer que le périmètre d'un cercle semble être multiplié par 2 lorsqu'on double le rayon (on passe de 2π à 4π). Montrons le.

Le périmètre d'un cercle de rayon r est $2\pi r$.

Le périmètre d'un cercle de rayon $2r$ est $2\pi \times 2r$ c'est-à-dire $2 \times 2\pi r$.

On en déduit que lorsqu'on double le rayon d'un cercle, son périmètre est multiplié par 2.

Corrigé 5 :

De manière évidente, il n'y a aucune formule toute faite pour calculer l'aire de la figure d'un coup. On va donc découper judicieusement la figure pour calculer l'aire tout en s'aidant du codage.

On a $A_F = A_{ABC} + A_{ACD} + A_{FGE} + A_{ADEF} + A_C$ où A_C est l'aire du demi-disque de diamètre [HE].

$$\bullet A_{ABC} = \frac{BC \times BA}{2}$$

$$\bullet A_{ACD} = \frac{CD \times CA}{2}$$

$$\bullet A_{FGE} = \frac{FG \times AC}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2}$$

$$A_{ACD} = \frac{3 \times 5}{2}$$

$$A_{FGE} = \frac{4 \times 5}{2}$$

$$A_{ABC} = 6\text{cm}^2$$

$$A_{ACD} = 7,5\text{cm}^2$$

$$A_{FGE} = 10\text{cm}^2$$

- $H \in [DE]$ donc $DE = DH + HE$

$$DE = 3 + 3$$

$$DE = 6\text{cm}$$

On en déduit que $A_{ADEF} = DE \times CA$

$$A_{ADEF} = 6 \times 5$$

$$A_{ADEF} = 30\text{cm}^2$$

- $A_C = \frac{\pi^2}{2}$

$$A_C = \frac{\pi \times 3^2}{2}$$

$$A_C = \frac{9\pi}{2}$$

$$A_C = 4,5\pi\text{cm}^2$$

Bilan :

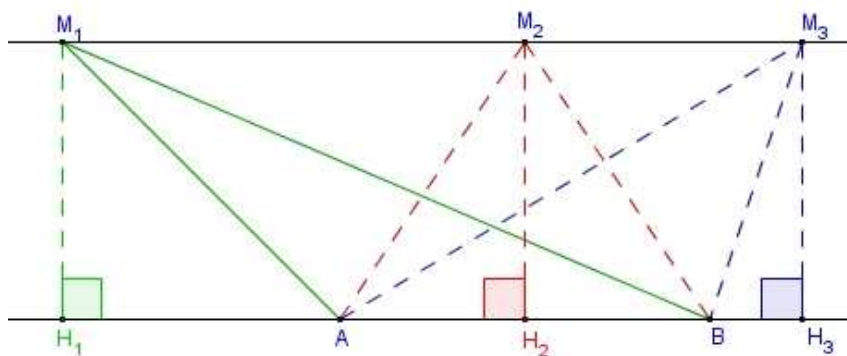
$$A_F = A_{ABC} + A_{ACD} + A_{FGE} + A_{ADEF} + A_C$$

$$A_F = 6 + 7,5 + 10 + 30 + 4,5\pi$$

$$A_F = 53,5 + 4,5\pi\text{cm}^2$$

Corrigé Problème 1 :

1) Traçons les hauteurs relatives au côté [AB] dans chaque triangle.



De manière évidente, ces hauteurs ont la même longueur et elles sont relatives au même côté [AB].

On en déduit que les aires des trois triangles sont les mêmes (si ça ne vous semble pas évident, écrivez la formule de l'aire du triangle avec le côté [AB] et utilisez le fait que $M_1H_1 = M_2H_2 = M_3H_3$)

2) Ces triangles n'ont pas le même périmètre. Pour s'en persuader, il suffit de placer M_1 , M_2 et M_3 aléatoirement sur la tige puis de calculer le périmètre de chaque triangle !

R. Flouret

Corrigé Problème 2 :

Le rectangle ABCD est partagé en deux triangles de même aire ABD et BCD.

Dans le triangle ABD, (AG) est la médiane issue de A.

Or une médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire.

Donc les triangles AGB et AGD ont la même aire, qui est la moitié de celle de ABD et donc le quart de celle de ABCD.

De la même manière, on montre que BFD et FDC ont la même aire qui est le quart de celui de ABCD.

Dans le triangle ABG, la droite (BH) est la médiane issue de B.

Or une médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire.

Donc les triangles AHB et HBG ont la même aire, qui est la moitié de celle de ABG, autrement dit le quart de celle de ABD et donc un huitième de celle de ABCD.

De la même manière on montre que :

- AEG et EGD ont la même aire, qui est un huitième de celle de ABCD.
- BGF et FGD ont la même aire, qui est un huitième de celle de ABCD.
- FIC et ICD ont la même aire, qui est un huitième de celle de ABCD.

Ainsi, chaque part représente un huitième du gâteau. Le partage est donc équitable.

Corrigé Problème 3 :

Les cercles ont tous le même rayon et donc, par conséquent la même aire.

Soit x l'aire d'un cercle.

$$\text{On a donc : aire bleue} = 4 \times \frac{3}{4} x = 3x .$$

$$\text{On a aussi : aire rouge} = x + 4 \times \frac{1}{4} x = x + x = 2x$$

$$\text{On en déduit que } \frac{\text{aire rouge}}{\text{aire bleue}} = \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3} .$$

Corrigé Problème 4 :

Pour les trois questions, on prendra les notations suivantes :

- $\mathcal{A}_b$ l'aire du domaine colorié en bleu.
- $\mathcal{A}_1$ l'aire du cercle de rayon a .
- $\mathcal{A}_2$ l'aire du cercle de rayon b .
- $\mathcal{A}_3$ l'aire du cercle de rayon c .

1) On a $\mathcal{A}_b = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3$

$$\mathcal{A}_b = \pi a^2 + \pi b^2 + \pi c^2$$

$$\mathcal{A}_b = \pi(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\mathcal{A}_b = \pi \times 1 \text{ car } a^2 + b^2 + c^2 = 1$$

$$\mathcal{A}_b = \pi$$

L'aire du domaine colorié en bleu est donc de π .

2) On a $\mathcal{A}_b = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 - \mathcal{A}_3$

$$\mathcal{A}_b = \pi a^2 + \pi b^2 - \pi c^2$$

$$\mathcal{A}_b = \pi(a^2 + b^2 - c^2)$$

$$\mathcal{A}_b = \pi \times 10 \text{ car } a^2 + b^2 - c^2 = 10$$

$$\mathcal{A}_b = 10\pi$$

L'aire du domaine colorié en bleu est donc de 10π .

3) On a $\mathcal{A}_b = \mathcal{A}_3 - \mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2$

$$\mathcal{A}_b = \pi c^2 - \pi a^2 - \pi b^2$$

$$\mathcal{A}_b = \pi(c^2 - a^2 - b^2)$$

$$\mathcal{A}_b = \pi \times 100 \text{ car } c^2 - a^2 - b^2 = 100$$

$$\mathcal{A}_b = 100\pi$$

L'aire du domaine colorié en bleu est donc de 100π .