

FONCTIONS

I Généralités sur les fonctions

Définitions

Soit D une partie de l'ensemble $\mathbb{R}$.

On définit une fonction f de D dans $\mathbb{R}$, en associant à chaque réel x de D , un réel et un seul noté $f(x)$ et que l'on appelle l'image de x par f .

La fonction est notée $f : D \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto f(x)$

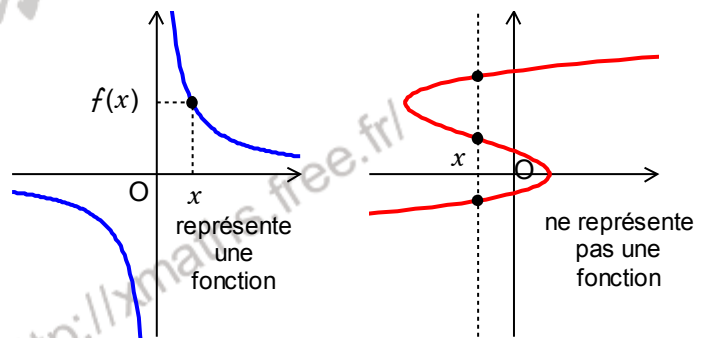
L'ensemble D est appelé ensemble de définition de la fonction f .

On appelle représentation graphique de f , ou courbe représentative de f , l'ensemble $(\mathcal{C})$ des points M de coordonnées $(x ; f(x))$ avec $x \in D$

L'équation $y = f(x)$ est appelée équation de $(\mathcal{C})$.

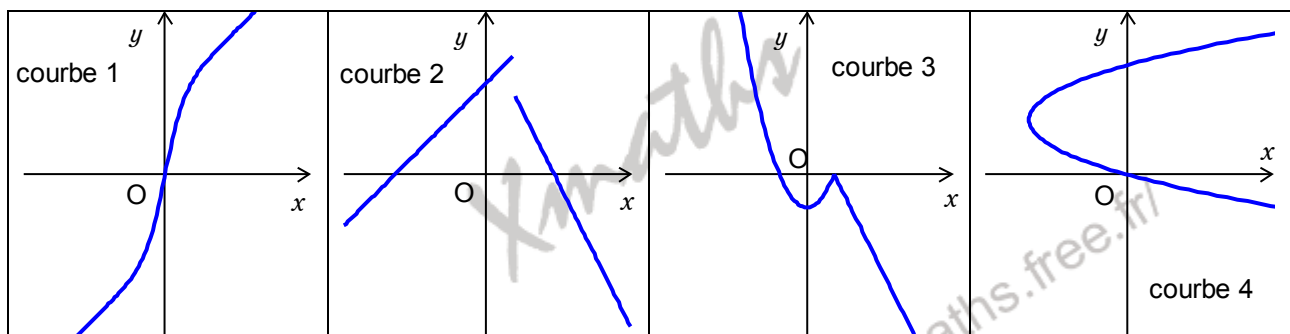
Remarque

- Pour $x \in D$, on sait que x a une image et une seule par f .
La représentation graphique de f a donc un et un seul point d'abscisse x .
- Si l'ensemble de définition d'une fonction n'est pas indiqué, il est convenu que cet ensemble de définition est le plus grand ensemble sur lequel $f(x)$ existe.
Par exemple la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$ est définie sur $\mathbb{R}^*$ c'est-à-dire sur $] -\infty ; 0[\cup] 0 ; +\infty[$.



Exercice 01 (voir [réponses et correction](#))

Parmi les courbes ci-dessous, indiquer celles qui peuvent représenter une fonction.



Remarque

- Si x et y sont deux réels tels que $y = f(x)$, alors y est l'image de x par la fonction f .
 x est un antécédent de y par la fonction f .
- Par une fonction f , un réel x ne peut pas avoir plusieurs images, mais un réel y peut avoir plusieurs antécédents.

Exercice 02 (voir [réponses et correction](#))

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

1°) Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.

2°) Donner les images par f de 3 ; 0 ; $\frac{1}{2}$; -3 .

3°) Les nombres 2 ; 0 ; $\frac{1}{2}$ ont-ils des antécédents par f ? Si oui déterminer ces antécédents.

Exercice 03 (voir [réponses et correction](#))

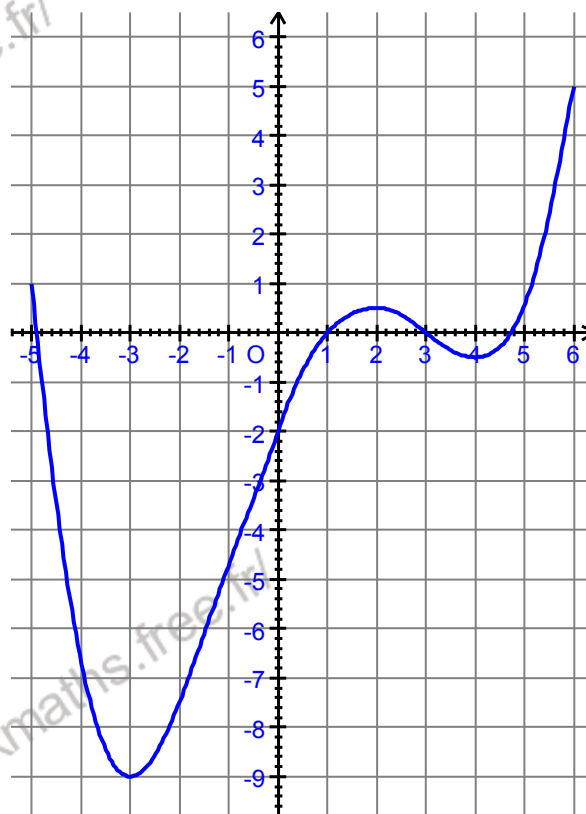
On considère la fonction f dont la courbe est donnée par le graphique ci-contre ou par l'animation.

Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$						

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$						

(voir [animation](#))

**Exercice 04** (voir [réponses et correction](#))

On considère la fonction f dont la courbe est donnée par le graphique ci-contre ou par l'animation de l'exercice 3.

1°) Donner les antécédents par f de :

0 ; 2 ; -10 ; -2

2°) Résoudre les équations $f(x) = 1$; $f(x) = -12$

3°) Quel est le minimum de f sur $[-5 ; 6]$?

En quelle valeur ce minimum est-il atteint ?

Quel est le maximum de f sur $[-5 ; 6]$?

En quelle valeur ce maximum est-il atteint ?

Exercice 05 (voir [réponses et correction](#))

On considère la fonction f dont la courbe est donnée par le graphique ci-dessus ou par l'animation de l'exercice 3.

1°) Compléter : f est décroissante sur

f est croissante sur

Dresser le tableau de variations de f .

2°) Donner l'ensemble des solutions de chacune des inéquations suivantes : $f(x) \leq 0$; $f(x) \geq 1$

3°) Compléter les propositions suivantes :
Si $5 \leq x \leq 6$ alors $\leq f(x) \leq$
Si $-3 \leq x \leq 3$ alors $\leq f(x) \leq$

4°) Tracer sur le dessin la droite D d'équation $y = \frac{2}{3}x - 2$.

Donner les solutions de l'équation $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$; de l'inéquation $f(x) \leq \frac{2}{3}x - 2$

Exercice 06 (voir [réponses et correction](#))

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x-1}{2x+4}$ (f est une fonction homographique)

1°) Quel est l'ensemble de définition D de f ?

2°) Donner les images par f de 0 ; 1 ; -3 .

3°) Les nombres 1 ; 0 ; $\frac{3}{2}$ ont-ils des antécédents par f ? Si oui déterminer ces antécédents.

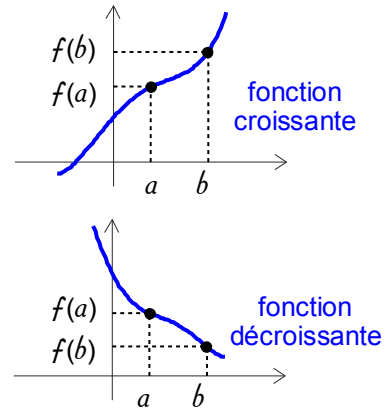
4°) a) Justifier que pour tout $x \in D$, on a : $f(x) = \frac{3}{2} - \frac{7}{2x+4}$

b) Préciser la position de la courbe de f par rapport à la droite d'équation $y = \frac{3}{2}$.

c) Vérifier en utilisant une calculatrice ou un ordinateur.

Définition

- On dit qu'une fonction f est croissante sur un intervalle I , si pour tout a et pour tout b de I tels que $a \leq b$ on a $f(a) \leq f(b)$ (On dira que f est strictement croissante si on a la même propriété avec des inégalités strictes)
- On dit qu'une fonction f est décroissante sur un intervalle I , si pour tout a et pour tout b de I tels que $a \leq b$ on a $f(a) \geq f(b)$ (On dira que f est strictement décroissante si on a la même propriété avec des inégalités strictes)



Remarque

Une fonction croissante est une fonction qui conserve l'ordre.

Une fonction décroissante est une fonction qui inverse l'ordre.

Si une fonction f est croissante sur un intervalle I ou décroissante sur I , on dit que f est monotone sur I .

Exercice 07 (voir [réponses et correction](#))

a et b sont deux réels.

1°) Démontrer, en utilisant des inégalités que l'on justifiera soigneusement, que si $a < b$ alors $-3a + 4 > -3b + 4$

Que peut-on en déduire pour la fonction f définie par $f(x) = -3x + 4$?

2°) De la même façon justifier le sens de variation de la fonction g définie par $g(x) = 2x - 5$.

II Fonction carré – Fonction inverse – Fonctions affines

Exercice 08 (voir [réponses et correction](#))

1°) Soient a et b deux réels dans $[0 ; +\infty[$ tels que $a < b$.

En factorisant $a^2 - b^2$, et en étudiant le signe de chacun des facteurs, démontrer que $a^2 - b^2 < 0$.

En déduire le sens de variation de la fonction carré sur $[0 ; +\infty[$.

2°) En utilisant la méthode du 1°), déterminer le sens de variation de la fonction carré sur $]-\infty ; 0]$.

3°) Avec une calculatrice ou un ordinateur, tracer la courbe de la fonction carré et vérifier les résultats des questions précédentes.

Fonction carré

La fonction carré est définie par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto f(x) = x^2$$

La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$.

La fonction carré est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

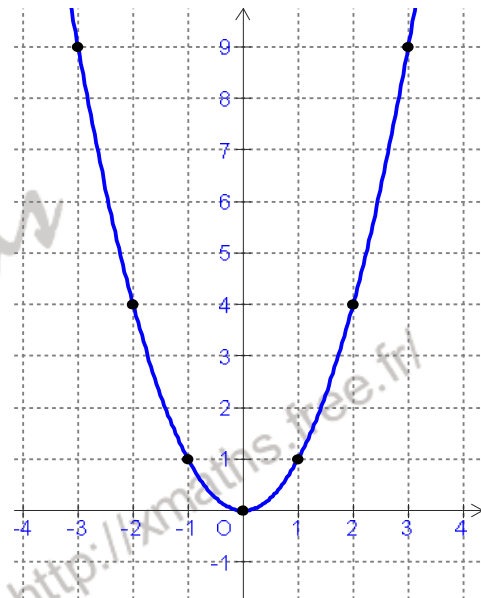
Son tableau de variations est :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = x^2$		0	

La fonction carré est une fonction paire c'est-à-dire que pour tout réel x on a : $f(-x) = f(x)$.

La courbe de la fonction carré, donnée ci-contre, a pour axe de symétrie l'axe des ordonnées.

La courbe de la fonction carré s'appelle une parabole.



Exercice 09 (voir [réponses et correction](#))

1°) Soient a et b deux réels dans $]0; +\infty[$ tels que $a < b$.

Justifier que $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$. En déduire que $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} > 0$.

Donner, en le justifiant, le sens de variation de la fonction inverse sur $]0; +\infty[$.

2°) En raisonnant comme dans le 1°), déterminer le sens de variation de la fonction inverse sur $]-\infty; 0[$.

3°) Avec une calculatrice ou un ordinateur, tracer la courbe de la fonction inverse et vérifier le sens de variation trouvé.

Fonction inverse

La fonction inverse est définie par $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$

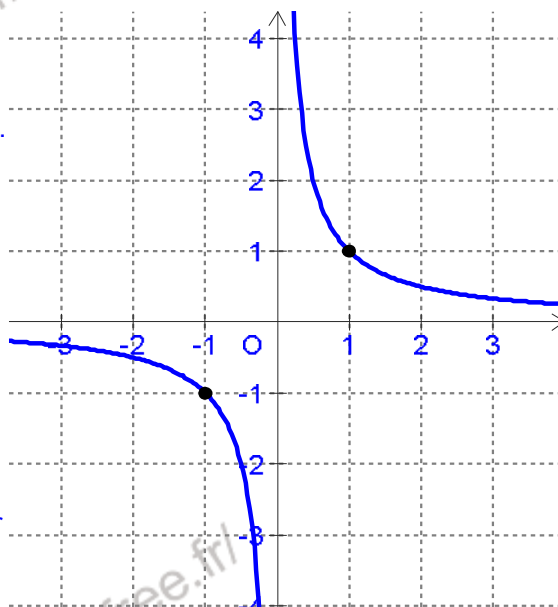
$$x \mapsto f(x) = \frac{1}{x}$$

La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$.

La fonction inverse est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.

Son tableau de variations est :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = \frac{1}{x}$			



La fonction inverse est une fonction impaire c'est-à-dire que pour tout réel x non nul on a : $f(-x) = -f(x)$.

La courbe de la fonction inverse, donnée ci-contre, a pour centre de symétrie le point O, origine du repère.

La courbe de la fonction inverse s'appelle une hyperbole.

Exercice 10 (voir [réponses et correction](#))

1°) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 4$.

Soient a et b deux réels tels que $a < b$.

Étudier le signe de $f(a) - f(b)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f .

2°) Même question avec la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x + 3$.

3°) Avec une calculatrice ou un ordinateur, tracer les courbes représentatives des fonctions f et g et vérifier les résultats des questions précédentes.

Fonctions affines – Variations

(voir [animation](#))

On appelle fonction affine, toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, a et b étant deux réels.

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

a est appelé coefficient directeur, b est appelé ordonnée à l'origine.

- Si $a = 0$, la fonction f est une fonction constante sur $\mathbb{R}$ (elle est définie par $f(x) = b$).

- Si $a > 0$, la fonction f est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Son tableau de variations est :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

- Si $a < 0$, la fonction f est une fonction strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

Son tableau de variations est :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Fonctions affines – Représentation graphique – Signe

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite

Si $a = 0$, la droite est parallèle à l'axe (Ox).

Si $a > 0$

Représentation graphique :

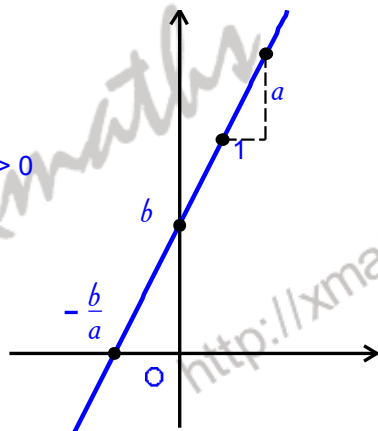


Tableau de signes avec $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	-	0	+

Si $a < 0$

Représentation graphique :

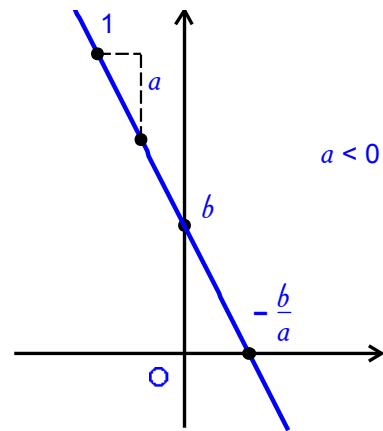


Tableau de signes avec $a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	+	0	-

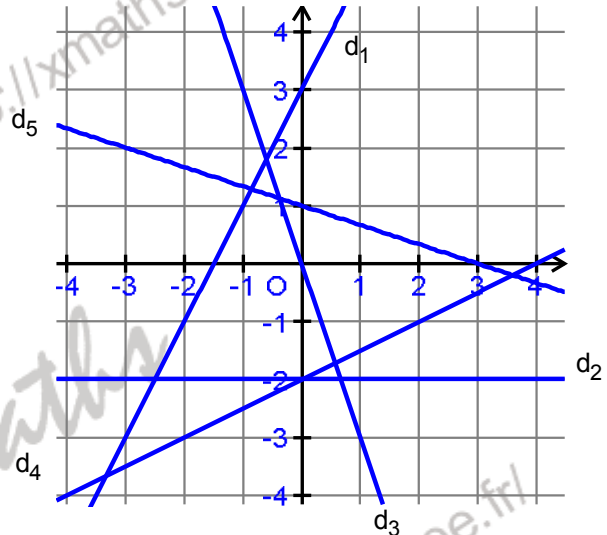
(voir [animation](#))

Remarques

- Le coefficient directeur a est la valeur dont y varie lorsque x varie de 1.
- Dans le cas où $b = 0$, la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax$. C'est une fonction linéaire. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine O du repère.

Exercice 11 (voir [réponses et correction](#))

Donner l'expression de la fonction affine représentée par chacune des droites ci-contre.



Exercice 12 (voir [réponses et correction](#))

Dans chacun des cas, tracer, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la droite passant par le point A et ayant pour coefficient directeur a . Donner l'expression de la fonction affine représentée par la droite.

1°) $A(-2 ; -3)$; $a = 3$

2°) $A(3 ; -5)$; $a = -2$

3°) $A(2 ; -2)$; $a = \frac{1}{2}$

4°) $A(-1 ; 3)$; $a = -\frac{1}{5}$

Exercice 13 (voir [réponses et correction](#))

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, tracer les représentations graphiques des fonctions affines suivantes :

$$f_1(x) = 3x - 4 \quad ; \quad f_2(x) = -2x - 5 \quad ; \quad f_3(x) = -\frac{1}{2}x + 1 \quad ; \quad f_4(x) = 3 \quad ; \quad f_5(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

III Fonction racine carrée – Fonction valeur absolue

Définition

Soit x un nombre réel supérieur ou égal à 0.

On appelle racine carrée de x et on note $\sqrt{x}$, l'unique nombre réel positif dont le carré est égal à x .

Exemple

4 est un nombre réel positif. Il y a deux nombres dont le carré est 4 : ce sont 2 et -2 .

La racine carrée de 4 est le nombre réel positif dont le carré est 4. Donc $\sqrt{4} = 2$.

Remarques

- La touche racine carrée $\sqrt{}$ d'une calculatrice permet d'obtenir une valeur approchée ou exacte de la racine carrée d'un nombre.

$\sqrt{9}$ donne 3
3 est la valeur exacte de $\sqrt{9}$ car $3^2 = 9$
lorsqu'on fait le calcul $3^2 - 9$
on obtient 0

$\sqrt{12}$ donne 3.464101615
3.464101615 n'est pas la valeur exacte de $\sqrt{12}$
lorsqu'on fait le calcul $3.464101615^2 - 12$
on n'obtient pas 0

- On a $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{2} \approx 1,414$; $\sqrt{3} \approx 1,732$; $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{25} = 5$
(Ces valeurs sont à connaître).
- Déterminer en utilisant votre calculatrice $\sqrt{12345654320}$; $\sqrt{12345654321}$; $\sqrt{12345654322}$
Les résultats donnés par la calculatrice sont-ils exacts ?

Propriétés

Si $a \geq 0$ $\sqrt{a^2} = a$

Si $a \geq 0$ et $b \geq 0$ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Si $a \leq 0$ $\sqrt{a^2} = -a$

Si $a \geq 0$ et $b > 0$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Remarque

Si a et b sont des nombres positifs $\sqrt{a+b}$ n'est pas égal à $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.
Par exemple $\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ alors que $\sqrt{1} + \sqrt{1} = 1 + 1 = 2$.

Exercice 14 (voir [réponses et correction](#))

1°) Écrire plus simplement : $\sqrt{12} - \sqrt{3}$; $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$; $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$.

2°) Soit $A = 2 - \sqrt{5}$ et $B = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$. En calculant A^2 et B^2 , justifier que $A^2 = B^2$.

Peut-on en déduire que $A = B$?

3°) Justifier les égalités suivantes :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{1}{\sqrt{11} - 3} = \frac{\sqrt{11} + 3}{2} ; \sqrt{45} - \sqrt{48} + \sqrt{5} = 4(\sqrt{5} - \sqrt{3}).$$

4°) Justifier que $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ est un nombre positif.

Calculer $(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})$. En déduire que $\sqrt{3} < \sqrt{5}$.

Définition

On appelle fonction racine carrée, la fonction qui à tout réel x supérieur ou égal à 0 associe le nombre $\sqrt{x}$.

On note : $[0; +\infty[\rightarrow [0; +\infty[$

$$x \mapsto \sqrt{x}$$

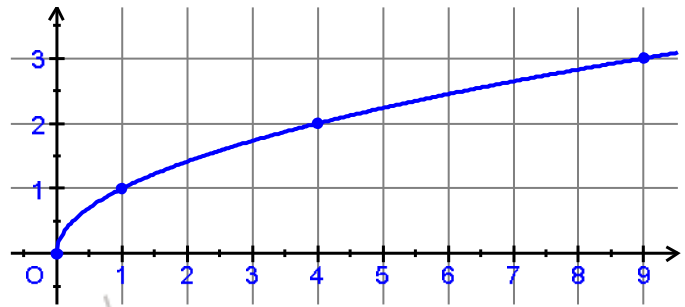
Propriété (voir démonstration 01)

La fonction racine carrée est une fonction (strictement) croissante sur $[0; +\infty[$.

Son tableau de variations est :

x	0	$+\infty$
$f(x) = \sqrt{x}$	0	

La représentation graphique de la fonction racine carrée est donnée ci-contre :



Exercice 15 (voir réponses et correction)

- 1°) En utilisant la courbe de la fonction racine carrée justifier graphiquement que l'équation $\sqrt{x} + x - 3 = 0$ a une solution unique dans $[0; +\infty[$. Donner avec la précision permise par le graphique une valeur approchée de cette solution α .
- 2°) Justifier que α est aussi solution de l'équation $x^2 - 7x + 9 = 0$
- 3°) Vérifier que $x^2 - 7x + 9$ peut aussi s'écrire sous la forme $(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{13}{4}$. En déduire la valeur exacte de α , puis donner une valeur approchée de α à 10^{-5} près.

Propriété (voir démonstration 02)

On considère les représentations graphiques :

(R) représentant la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$

(D) représentant la fonction $x \mapsto x$

(P) représentant la fonction $x \mapsto x^2$

Sur l'intervalle $[0; 1]$

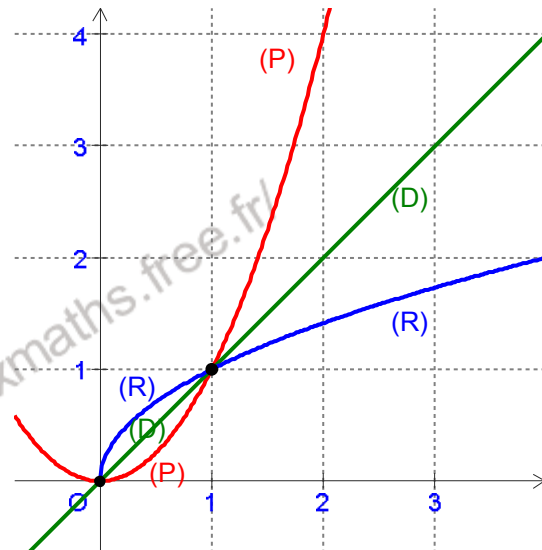
(P) est au-dessous de (D)

et (D) est au-dessous de (R)

Sur l'intervalle $[1; +\infty[$

(R) est au-dessous de (D)

et (D) est au-dessous de (P)



Définition

On appelle fonction valeur absolue la fonction $x \mapsto |x|$ définie par :

$$|x| = x \quad \text{si } x \geq 0 \quad \text{et} \quad |x| = -x \quad \text{si } x < 0$$

(La valeur absolue de x est le nombre x lui-même si x est positif, et son opposé si x est négatif)

Exemple

On a ainsi $|3| = 3$ et $|-5| = -(-5) = 5$

Propriétés (voir démonstration 03)

Pour tout réel a , on a $|a| \geq 0$.

Pour tout réel a , $|a|$ est le plus grand des deux nombres a et $-a$.

Pour tout réel a , $|a^2| = a^2$ et $|a|^2 = a^2$.

Pour tous réels a et b on a $|ab| = |a| \times |b|$ et $|a+b| \leq |a| + |b|$ (inégalité triangulaire)

Pour tous réels a et b on a $|a| = |b| \Leftrightarrow a = b$ ou $a = -b$

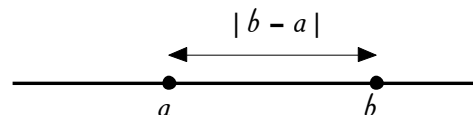
Pour tout réel a , on a $\sqrt{a^2} = |a|$

Remarques

• Dans $\mathbb{R}$ l'écart entre deux nombres a et b est égal à $|b - a|$.

• Avec une calculatrice la valeur absolue se note abs

(on l'obtient avec math NUM sur une calculatrice TI ; optn NUM sur une calculatrice Casio)

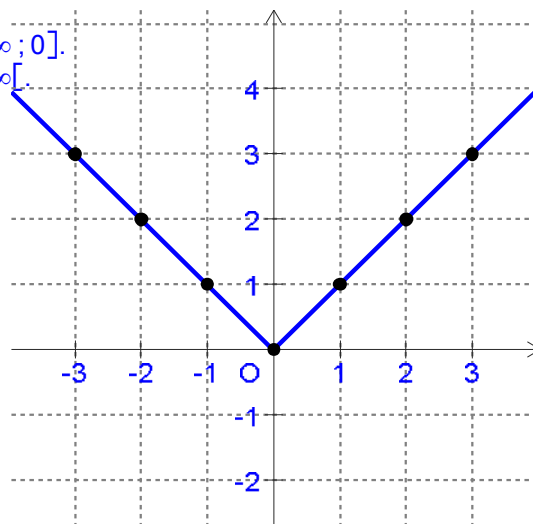
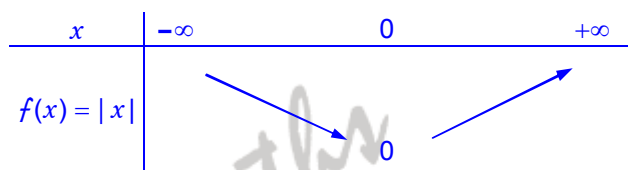


Propriété (voir démonstration 04)

La fonction valeur absolue est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$.

La fonction valeur absolue est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.

Son tableau de variations est :



La fonction valeur absolue est une fonction paire c'est-à-dire que pour tout réel x on a : $|-x| = |x|$.

La courbe de la fonction valeur absolue, donnée ci-contre, a pour axe de symétrie l'axe des ordonnées.

La courbe de la fonction valeur absolue est formée de deux demi-droites.

Exercice 16 (voir réponses et correction)

Tracer en utilisant une calculatrice ou un ordinateur, la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x - 3|$. Comment cette courbe se déduit-elle de la courbe représentative de la fonction valeur absolue ? (on ne demande pas de justifier)

Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 5$; $f(x) = x$.

Confirmer ces résultats par le calcul.

Exercice 17 (voir réponses et correction)

Tracer en utilisant une calculatrice ou un ordinateur, la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x + 3|$. Comment cette courbe se déduit-elle de la courbe représentative de la fonction valeur absolue ? (on ne demande pas de justifier)

Résoudre graphiquement les équations $f(x) = -2$; $f(x) = x$; $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$.

Confirmer ces résultats par le calcul.

IV Sens de variation et opérations

Exercice 18 (voir réponses et correction)

Tracer avec une calculatrice ou un grapheur les courbes représentant les fonctions f ; g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$; $g(x) = x^2 + 3$ et $h(x) = x^2 - 2$.

Comment les courbes de g et h se déduisent-elles de la courbe de f ?

Conjecturer, d'après le graphique, le tableau de variations de g et le tableau de variations de h .

Propriété (voir démonstration 05)

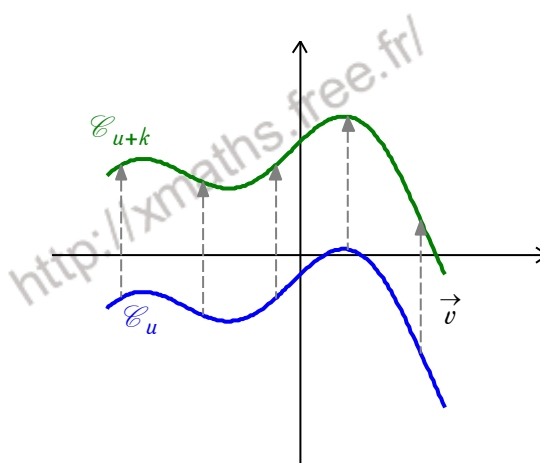
Soit k un réel et u une fonction.

Les fonctions u et $u + k$ ont le même sens de variation.

Remarque

La représentation graphique de la fonction $u + k$ se déduit de la représentation graphique de u en faisant une translation de vecteur $\vec{v}$ de coordonnées $(0; k)$.

(voir animation)



Exercice 19 (voir [réponses et correction](#))

Tracer avec une calculatrice ou un grapheur les courbes représentant les fonctions f ; g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$; $g(x) = 3x^2$; $h(x) = -2x^2$ et $\ell(x) = \frac{1}{5}x^2$

Conjecturer, d'après le graphique, les tableaux de variations de g ; h et ℓ .

Propriété (voir [démonstration 06](#))

Soit λ un réel et u une fonction.

- Si $\lambda > 0$, les fonctions u et λu ont le même sens de variation.
- Si $\lambda < 0$, les fonctions u et λu ont des sens de variation contraires.

(voir [animation](#))

Remarque

Si $\lambda = 0$, la fonction λu est la fonction constante nulle.

Exercice 20 (voir [réponses et correction](#))

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3$

On pose $g(x) = \sqrt{f(x)}$

1°) Le tableau de variations de f est donné ci-dessous (on ne demande pas de le justifier) :

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
f		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		$\frac{31}{12}$	3	$\frac{1}{3}$	

- Quel est le minimum de f sur $\mathbb{R}$?
 - En déduire que la fonction g est définie sur $\mathbb{R}$.
 - Déterminer les valeurs exactes de $g(-1)$; $g(0)$ et $g(2)$ et en donner des valeurs approchées à 10^{-3} près
- 2°) a) Tracer avec une calculatrice ou un grapheur la courbe représentative de f et vérifier qu'elle correspond au tableau de variations donné.
- Tracer sur le même graphique la courbe représentative de g .
 - Conjecturer, d'après le graphique, le tableau de variations de g .

Propriété (voir [démonstration 07](#))

Soit u une fonction positive.

Les fonctions u et $\sqrt{u}$ ont le même sens de variation.

Exercice 21 (voir [réponses et correction](#))

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + \frac{3}{2}$. On pose $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

1°) Donner le sens de variation de f . Justifier que g est définie sur $\mathbb{R}$.

- Tracer avec une calculatrice ou un grapheur les courbes représentatives de f et de g .
- Conjecturer, d'après le graphique, le sens de variation de g .

Propriété (voir [démonstration 08](#))

- Soit u une fonction strictement positive.
Les fonctions u et $\frac{1}{u}$ ont des sens de variation contraires.
- Soit u une fonction strictement négative.
Les fonctions u et $\frac{1}{u}$ ont des sens de variation contraires.

Exercice 22 (voir [réponses et correction](#))

On considère les fonctions f , g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x + 2 \quad ; \quad g(x) = -6x + 4 \quad ; \quad h(x) = -2x - 3$$

1°) Donner les sens de variation des fonctions f , g et h .

2°) On considère les fonctions s et t définies sur $\mathbb{R}$ par : $s(x) = f(x) + g(x)$ et $t(x) = f(x) + h(x)$.

Donner le sens de variation de s et de t .

Peut-on espérer trouver une règle générale donnant le sens de variation de la somme d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante ?

3°) a) On considère la fonction p définie sur $\mathbb{R}$ par : $p(x) = f(x) \times g(x)$.

Donner, en le justifiant le sens de variation de p .

b) On considère la fonction q définie sur $\mathbb{R}$ par : $q(x) = f(x) \times h(x)$.

En observant la courbe de q obtenue en utilisant une calculatrice ou un grapheur, peut-on penser que la fonction q a le même sens de variation que la fonction p ?

c) Peut-on espérer trouver une règle générale donnant le sens de variation du produit d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante ?

Exercice 23 (voir [réponses et correction](#))

Donner, en le justifiant, le sens de variation des fonctions f , g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x^2 - 5 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{2x^2 + 3} \quad ; \quad h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

Tracer les courbes représentatives de f , g et h et vérifier que ces courbes sont compatibles avec les résultats trouvés.

Exercice 24 (voir [réponses et correction](#))

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}$

1°) Soit D l'ensemble de définition de f . Déterminer D .

2°) a) Justifier que pour tout réel x dans D , on a $f(x) = \frac{3}{x - 1} + 2$

b) En déduire le sens de variation de f sur chacun des intervalles de D .

c) Vérifier en traçant la courbe représentative de f avec une calculatrice ou un grapheur.

Exercice 25 (voir [réponses et correction](#))

La fonction f est donnée par le tableau de variation ci-dessous :

x	-5	-1	3	5
f	8		6	
		↘	↗	↘
		2		3

1°) Déterminer le tableau de variations de la fonction g définie par $g(x) = -3f(x) + 10$

2°) Déterminer le tableau de variations de la fonction h définie par $h(x) = \sqrt{f(x) - 2}$

Exercice 26 (voir [réponses et correction](#))

La fonction f est donnée par le tableau de variation ci-dessous :

x	-5	-1	3	5
f	8		6	
		↘	↗	↘
		2		3

Soit g définie par $g(x) = \frac{1}{f(x) - 2}$.

1°) Donner l'ensemble de définition de g .

2°) Donner le tableau de variations de g .